

ANÁLISE COMPORTAMENTAL DE UM OSCILADOR DE DUFFING PERTURBADO¹

Isabelle da Luz Soares², Paulo César Rech³.

¹ Vinculado ao projeto “Caos, Hipercaos e Regularidade em Sistemas Dinâmicos Não Lineares”

² Acadêmica do Curso de Licenciatura em Química – CCT – Bolsista PIBIC/CNPq

³ Orientador, Departamento de Física – CCT – paulo.rech@udesc.br

A dinâmica não linear é uma área da física que estuda o comportamento caótico em sistemas não lineares, descrevendo padrões e outras propriedades que são encontradas dentro desses sistemas. As informações na saída não são proporcionais à aquilo informado na entrada, o que define um comportamento caótico, não linear. A teoria do caos é utilizada como ferramenta principal para a compreensão de fenômenos apresentados por sistemas não lineares, que é a análise de bifurcações e perturbações.

O sistema estudado, *Unperturbed Cubic Quintic Septic Duffing Oscillator*, frequentemente utilizado nos campos de física e engenharia para o estudo do comportamento de sistemas oscilatórios sujeitos a várias forças, é uma extensão do oscilador de Duffing sob uma única força periódica externa com uma força de restauração não linear ímpar, incomum. Sua equação de movimento inclui termos não lineares de ordem superior, sendo dada por

$$\ddot{x} + \xi\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 + \gamma x^5 + \delta x^7 = F \cos \omega t$$

onde ξ é o coeficiente de amortecimento e α é o coeficiente de rigidez linear. Os parâmetros β , γ , δ são dados como parâmetros de rigidez não-linear cúbicos, quárticos e sépticos (de sétima ordem) que correspondem as características de amolecimento, endurecimento monoestável e biestável do oscilador. $F \cos \omega t$ é a entrada determinística, o que significa que é a excitação harmônica que exhibe comportamento de histerese (quando não há resposta imediata à uma mudança da variável de entrada) quando a frequência de excitação (ω) e a amplitude de excitação, ou força externa aplicada, (F) são usadas como parâmetro de controle.

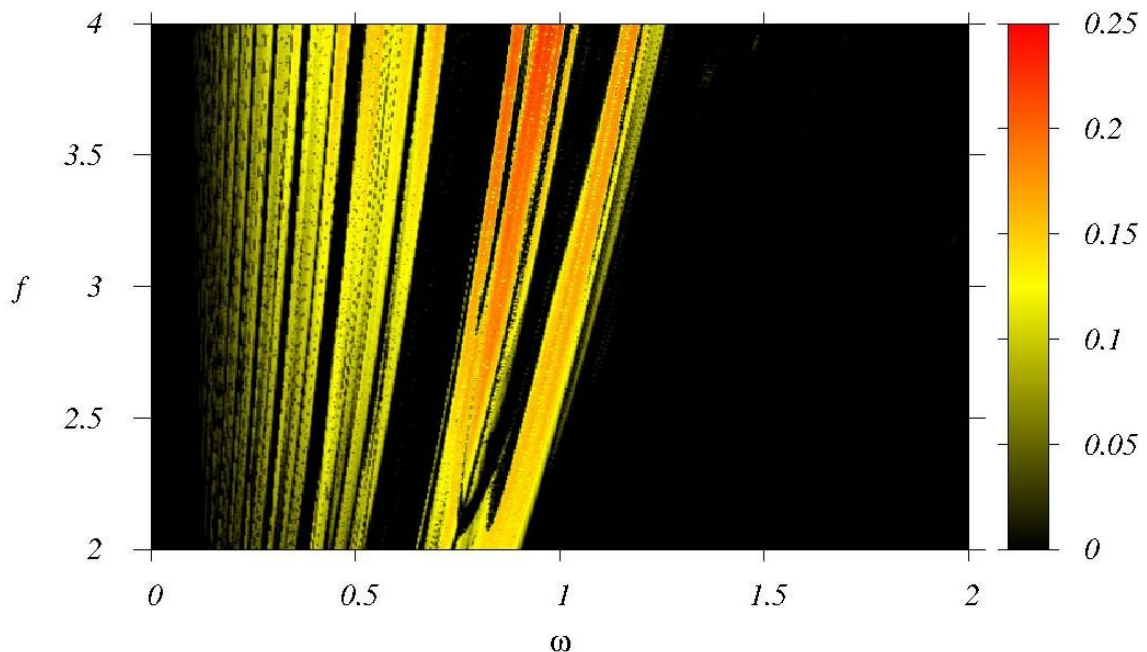
O comportamento do Oscilador é muito interessante, dada pela complexidade de múltiplos termos de não linearidade. É possível que o oscilador exhiba diferentes tipos de movimento: periódico, quase periódico e caótico, tudo isso dependendo dos valores de parâmetros e condições iniciais. Um oscilador de Duffing cúbico forçado se comporta como um oscilador suave assimétrico em um potencial de poço duplo. Isso pode afetar os comportamentos dinâmicos. Sua análise é feita a partir de métodos numéricos e simulações computacionais.

Inicialmente, a equação diferencial de segunda ordem foi transformada em um sistema de três equações diferenciais de primeira ordem, o que é mais adequado para manipulação numérica

necessária. A partir daí, espaços de parâmetros (ω, f) foram gerados (veja um exemplo na Figura 1), ilustrando as regiões caóticas em amarelo/vermelho, e as regiões periódicas em preto. Na sequência, outros resultados foram obtidos, aprofundando a complexidade do estudo. Além dos espaços de parâmetros, também foram gerados diagramas de bifurcações, bacias de atração e atratores.

Este estudo tem como principal objetivo identificar e analisar a presença de comportamentos caóticos no sistema, por meio de análise de trajetórias, detecção de padrões, sabendo manusear a sensibilidade do sistema de acordo com suas variações. É também essencial explorar a multiestabilidade através de bifurcações, diferentes estados de equilíbrio que variam em resposta aos parâmetros e suas condições. Resumidamente, é feita a análise de interações entre os termos não lineares e como estas influenciam o sistema em si. O estudo mostra observações comportamentais que ilustram a complexidade do Oscilador de Duffing perturbado, tendo em foco sua caoticidade e multiestabilidade, ajudando com a compreensão mais abrangente de sistemas não lineares.

Figura 1: Espaço de parâmetros (ω, f).



Palavras-chave: Oscilador. Dinâmica não linear. Sistema caótico. Multiestabilidade.