

ATRATORES COEXISTENTES E HIPERCAOS TRANSIENTE EM DOIS MODELOS NEURONAIS DE FITZHUGH-NAGUMO ACOPLADOS¹

Nívea Daniele Bosco², César Manchein³

¹Vinculado ao projeto “Sistemas Dinâmicos Não-Lineares: Propriedades Caóticas e Estatísticas”

²Acadêmica do Curso de Licenciatura em Física - CCT - Bolsista PIBIC/CNPq

³Orientador, Departamento de Física - CCT - cesar.manchein@udesc.br

Neurônios são células sinalizadoras e fundamentais do sistema nervoso e possuem a função de transmitir os impulsos elétricos entre si através das sinapses, que podem ser elétricas ou químicas. As transmissões sinápticas possuem diversas finalidades essenciais para a sobrevivência do organismo. Neste sentido, muitos estudos envolvendo modelos de redes neurais vem sendo desenvolvidos e têm atraído muita atenção devido ao comportamento complexo desta célula nervosa. Com o objetivo de entender o comportamento individual de um neurônio e como se dão suas sinapses elétricas, as quais diferem-se das químicas por proporcionarem uma transmissão instantânea de sinais, neste estudo analisamos a dinâmica de dois neurônios interagindo eletricamente, numa relação mestre-escravo, através do modelo neural FitzHugh Nagumo (FHN).

O modelo de FHN é formado por um conjunto de equações diferenciais ordinárias (EDO's) de primeira ordem e é tido como um dos principais modelos matemáticos neste tipo de investigação, pois reproduz alguns dos comportamentos essenciais observados em um neurônio real. Neste estudo, foram considerados dois neurônios idênticos interagindo eletricamente numa relação mestre-escravo, sendo o primeiro (N_1) submetido a um forçamento externo e o segundo (N_2) submetido somente ao termo de interação com o primeiro neurônio, conforme as EDO's a seguir:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = c \left(-y_1 + x_1 - \frac{x_1^3}{3} + A \sin(z) \right), \\ \dot{y}_1 = x_1 - b y_1 + a_1, \\ \dot{x}_2 = c \left(-y_2 + x_2 - \frac{x_2^3}{3} + \gamma(x_2 - x_1) \right), \\ \dot{y}_2 = x_2 - b y_2 + a_2, \\ \dot{z} = \omega, \end{cases}$$

sendo que x_i e y_i (para $i=1,2$) representam o potencial de ação (voltagem) da membrana celular neural e a variável de recuperação, respectivamente; a_i, b_i e c_i são parâmetros de controle; $A \sin(z)$ é um estímulo externo dependente do tempo, com amplitude dada por A ; e a variável $z(t) = \omega t$ representa como o estímulo externo se comporta no tempo.

Através de simulações numéricas mostramos que controlando a dinâmica de N_1 , sendo Periódica (P), Quase-Periódica (QP) ou Caótica (C), é possível observar como se comporta a dinâmica de N_2 . Neste sentido, a partir da obtenção do espectro de Lyapunov λ_i (

Apoio:

$i=1,2,3,4,5$), que possibilita identificar diferentes comportamentos dinâmicos para determinados conjuntos de parâmetros: investigamos o espaço de parâmetros variando γ e a_2 , mantendo a_1, b e c fixos. Os resultados obtidos mostraram que fixando a dinâmica de N_1 , há uma forte influência de determinados comportamentos para a dinâmica de N_2 . Para identificar possíveis nuances presentes no espaço de parâmetros de γ e a_2 , associamos uma cor para cada regime correspondente, tal que: dinâmica P representada em preto, QP em vermelho, C em amarelo, (conforme pode ser observado na Fig. 1).

Escolhendo a dinâmica P para N_1 , ao investigarmos o espaço de parâmetros do sistema de dois neurônios interagentes, observamos a presença de comportamentos P, QP e C. Foram identificadas também estruturas do tipo Línguas de Arnold e grandes sequências de estruturas periódicas estáveis auto similares e organizadas. Através também de simulações numéricas, utilizando condições iniciais diferentes para as mesmas regiões do espaço de parâmetros, observamos a existência de multiestabilidade (existência de mais de um tipo de atrator para os mesmos valores de γ e a_2). Em determinada região do espaço de parâmetros, também observamos a existência de multiestabilidade dentro de estruturas auto similares. Estes resultados podem ser observados na Fig. 1.

Escolhendo o regime QP para N_1 , através do espaço de parâmetros, foi possível observar a predominância do regime QP e pequenos domínios das dinâmicas P e C. Finalmente, para o regime C para N_1 , identificamos a existência de domínios com dinâmica transiente e assintótica e dinâmica hipercaótica, cercada pelo regime C.

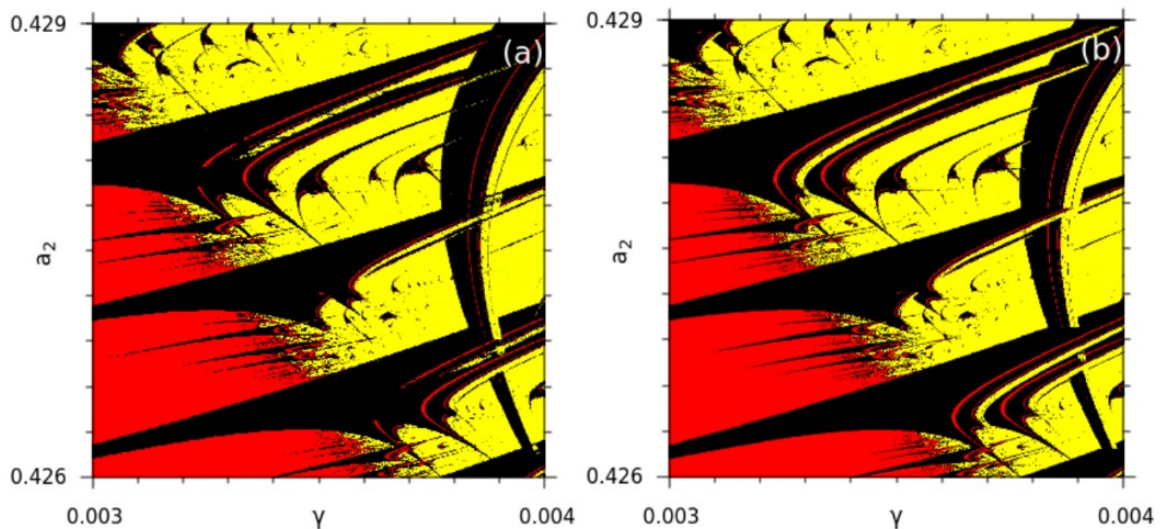


Figura 1. Espaço de parâmetros (γ, a_2) para o regime P para N_1 , onde há os regimes P, QP e C. Estruturas periódicas estáveis auto similares do tipo Línguas de Arnold. Os parâmetros a_1, b, c, ω e A foram fixados em 0,409, 0,8, 12,5, 9,88 e 0,07, respectivamente. Os mesmos planos de parâmetros foram gerados usando diferentes condições iniciais para encontrar possíveis conjuntos de parâmetros onde existe multiestabilidade. a) Condições iniciais fixas arbitrárias $(x_{10}, y_{10}, z_0, x_{20}, y_{20}) = (-1.0, 0.5, 0.0, 0.3, -0.1)$. b) Condições iniciais dinâmicas: seguindo o atrator.

Palavras-chave: Fitz-Hugh Nagumo. Multiestabilidade. Hipercaos.

Apoio: