

CAOS E PERIODICIDADE NO CIRCUITO DE MUTHUSWAMY-CHUA-GINOUX¹

Helena Furtado Berger², Cesar Manchein³

¹ Vinculado ao projeto “Sistemas Dinâmicos Não-Lineares: Propriedades Caóticas e Estatísticas”

² Acadêmico (a) do Curso de Física – CCT – Bolsista PIBIC/CNPq

³ Orientador, Departamento de Física – CCT – cesar.manchein@udesc.br

O modelo circuito de Muthuswamy-Chua-Ginoux (MCG) foi desenvolvido baseado em um memristor físico - o termistor - e em uma generalização do clássico sistema de circuito Muthuswamy-Chua de tempo contínuo. Dessa forma, exploramos a dinâmica não linear do modelo tridimensional do circuito MCG que é composto por quatro elementos, sendo eles um capacitor passivo linear, um indutor passivo linear, um resistor não linear e um memristor “localmente ativo” não linear (termistor), conforme demonstrado na Figura 1. Um sistema é classificado como caótico quando for sensível às condições iniciais, ou seja, pequenas variações podem alterar completamente o comportamento do sistema. Sendo assim, uma das ferramentas mais utilizadas para caracterizar tal sensibilidade é o espectro de Lyapunov. Através do maior expoente de Lyapunov, investigamos intervalos de parâmetros específicos que exibem comportamentos dinâmicos periódicos, quase periódicos e caóticos do modelo de circuito MCG. Realizamos testes com diferentes condições iniciais para caracterizar a dinâmica do sistema e provar a existência de multiestabilidade no mesmo, como por exemplo o diagrama de bifurcação da Figura 2.

Adimensionalizando algumas variáveis da forma: Tensão no capacitor $V_C = x$, Corrente elétrica $i = y$ e Variação de temperatura no termistor $T - T_0 = z$, e aplicando as leis de Kirchhoff no circuito esquematizado na Fig. 1, obteve-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{y}{\alpha}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{-1}{\eta} [x + f(y) + R(z) \cdot y], \\ \frac{dz}{dt} = R(z) \cdot y^2 - \epsilon \cdot z \end{cases}$$

Em que $f(y) = ay + by^3$ e $R(z) = \mu z + \gamma z + \theta$. Para os parâmetros temos: $\alpha = C$; $\eta = L$; $\theta = \frac{R_0}{c}$; $\gamma = \frac{R_0 \beta}{c T_0^2}$; $\mu = \frac{R_0 \beta (\beta + 2T_0)}{c T_0^2}$; $\epsilon = \frac{\delta}{c}$. Observamos que os parâmetros α e ϵ estão diretamente relacionados com a tensão no capacitor e com a temperatura no termistor, respectivamente. Por este motivo, variamos seus valores numéricos para realização de testes que investigaram a dinâmica do sistema.

Relatamos planos de parâmetros exibindo domínios limitados específicos relacionados a comportamentos dinâmicos periódicos, quase periódicos e caóticos do modelo de circuito MCG, sendo cada ponto caracterizado utilizando os expoentes do espectro de Lyapunov e relacionados a um determinado conjunto de atratores. Identificamos grandes sequências de estruturas periódicas estáveis (SPSs) semelhantes a línguas de Arnold organizadas e autossimilares emergindo de domínios limitados quase periódicos. Além disso, ampliações de porções específicas de planos de parâmetros mostram a existência de uma rica dinâmica, incluindo multiestabilidade, conforme apresentado na Fig. 2 através de dois diagramas de bifurcação sobrepostos e obtidos para os mesmos parâmetros e diferentes condições iniciais. Observamos diferenças relevantes entre eles para $\alpha \sim [0.1 : 0.2]$ devido a existência de multiestabilidade.

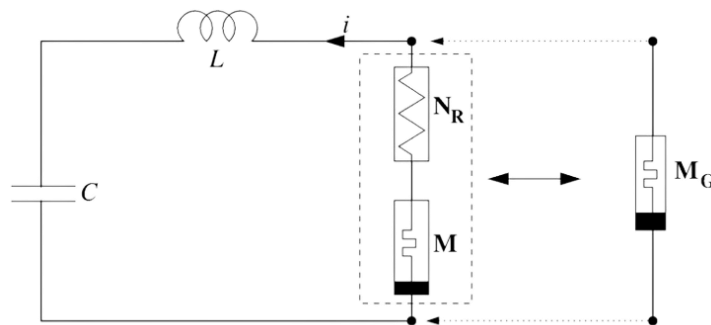


Figura 1. Circuito de Muthuswamy-Chua-Ginoux, que é uma generalização do circuito de de Muthuswamy-Chua pois um resistor não-linear em série com um termistor se comporta como um memristor.

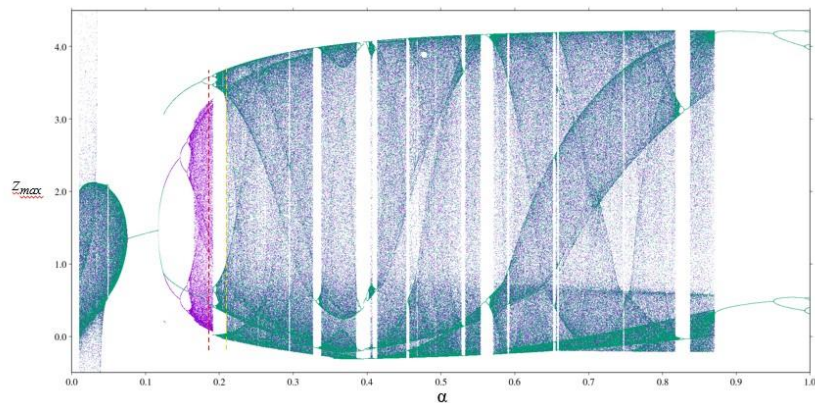


Figura 2. Diagrama de bifurcação para $\epsilon = 1.0$, variando α para 60 máximos da variável z , provando a existência de multiestabilidade no sistema.

Palavras-chave: Circuito de Chua. Caos. Multiestabilidade.