

ESTUDO DA DINÂMICA DE SISTEMAS NÃO-LINEARES DESCRITOS POR MODELOS MATEMÁTICOS¹

Thainan Macedo Costa², Holokx Abreu Albuquerque³.

¹ Vinculado ao projeto “Fenômenos Complexos em Sistemas Dinâmicos Não Lineares”

² Acadêmico do Curso de Licenciatura em Física – CCT – Bolsista PROBIC/UDESC.

³ Orientador, Departamento de Física – CCT – holokx.albuquerque@udesc.br.

O interesse em pesquisas voltadas a sistemas caóticos tem crescido a cada dia, e novas áreas de aplicação vem surgindo a todo momento dentro de diversos campos como biologia, com o estudo de neurônios acoplados, engenharia, com circuitos caóticos e até mesmo em comunicação com criptografia baseada em modelos caóticos. Dentro do campo de pesquisa do presente trabalho, sistemas financeiros são perfeitos exemplos de sistemas dinâmicos que apresentam comportamentos não-lineares e as aplicações da teoria do caos já vêm sendo usadas como suporte para prever flutuações e tendências no mercado de ações como também modelagem para entender os riscos em investimentos. O sistema financeiro, foco das análises deste trabalho, consiste no modelo estudado por Haoji Yu, Guolliang Cai e Yuxiu Li [1], no qual os primeiros estudos ocorreram em um sistema de três dimensões (3D), onde se observou a dinâmica das três variáveis no tempo (x,y,z) , onde “ x ” representa a taxa de juros, “ y ” demanda de investimentos e “ z ” o expoente de preços, conforme o modelo (1):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= z + (yx - a)x; \\ \dot{y} &= 1 - by - x^2; \\ \dot{z} &= -x - cz.\end{aligned}\quad (1)$$

O parâmetro “ a ” representa a taxa interna de poupança, “ b ” o custo por investimento e “ c ” a elasticidade da demanda. Para esse sistema de três variáveis (3D) e três parâmetros, é feita uma série de análises quantitativas usando ferramentas numéricas da dinâmica não-linear, com ênfase em acompanhar a evolução temporal do sistema. Quando apresenta caos, tal comportamento é identificado através do expoente de Lyapunov, que medi a sensibilidade do sistema às condições iniciais, principal característica de sistemas caóticos. No estudo é proposto um aprimoramento do sistema anterior 3D para um 4D com a adição de uma nova variável e dois novos parâmetros, conforme segue [2]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= z + (yx - a)x; \\ \dot{y} &= 1 - by - x^2; \\ \dot{z} &= -x - cz; \\ \dot{u} &= -dxy - ku.\end{aligned}\quad (2)$$

Esse novo sistema exhibe comportamentos ainda mais complexos, incluindo o hipercaos, que ocorre quando mais de um expoente de Lyapunov é positivo. O hipercaos é uma extensão do caos e implica em uma dinâmica ainda mais imprevisível e sensível às condições iniciais. As análises dos parâmetros e suas influências na dinâmica do sistema permite observações e estudos

sobre como os elementos financeiros interagem para criar cenários complexos e muitas vezes imprevisíveis. Ao identificar comportamento caótico e hipercaótico esse estudo contribui por classificar comportamentos e estruturas que futuramente podem ser usados para elaboração de estratégias dentro do mercado financeiro.

Palavras-chave: Sistema Financeiro. Equações Diferenciais Ordinárias. Caos.

Referências:

- [1] YU, Haojie; CAI, Guoliang; LI, Yuxiu. Dynamic analysis and control of a new hyperchaotic finance system. **Nonlinear Dynamics**, [S.L.], v. 67, n. 3, p. 2171-2182, 6 set. 2011. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1007/s11071-011-0137-9>.
- [2] RECH, Paulo C.. Hyperchaos and Multistability in a Four-Dimensional Financial Mathematical Model. **Journal of Applied Nonlinear Dynamics**, Joinville, v. 10, n. 2, p. 211-218, jun. 2021. L and H Scientific Publishing, LLC. <http://dx.doi.org/10.5890/jand.2021.06.002>.