O VOLUME DO ANEL DE GUARDANAPO[1]

Amanda Zanelato Colaço[2], Elisandra Bar de Figueiredo[3], Eliane Bihuna de Azevedo[4]

[1] Vinculado ao projeto "Objetos de Aprendizagem e Materiais Concretos: uma integração possível"
[2] Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática – CCT – Bolsista PROBIC/UDESC
[3] Orientadora, Departamento de Matemática – CCT – elisandra.figueiredo@udesc.br
[4] Professora do Curso de Licenciatura em Matemática – CCT

Originado de uma esfera de raio R quando dela é retirado um cilindro infinito de raio $r < R$, conforme ilustrado na Figura 1, o anel de guardanapo é um sólido não usual que recebe esse nome porque sua forma se aproxima de um utensílio de cozinha, usado como porta-guardanapo (DEVLIN, 2008). Isso mostra que sólidos não usuais também são fonte de estudo na matemática, e que há interesse, por exemplo, no cálculo de seu volume, que apesar de não ser percebido explicitamente, está vinculado a atividades básicas do cotidiano, e se trata um domínio básico matemático.

Figura 1. *Anel de guardanapo*

Como alternativa para calcular o volume desses sólidos são empregues fórmulas de volume de sólidos geométricos usuais, como de prismas, pirâmides, esferas e cones, por exemplo. Em particular, no caso do anel de guardanapo, seu volume é igual ao volume da esfera de raio R menos o volume do cilindro circular reto de raio r e de altura definida pela interseção com a esfera, menos duas vezes o volume da calota esférica. Assim, articulando as fórmulas de volume da esfera, do cilindro e da calota esférica (utilizando a relação de equivalência entre os volumes de uma esfera e de uma anticlépsidra), se obtém que o volume de um anel de guardanapo é dado por $V = \frac{\pi H^3}{6}$, sendo H a altura do anel. Daí, tem-se que o volume de um anel de guardanapo não depende do raio da esfera e nem do raio do cilindro que foi retirado da esfera, apenas da altura desse cilindro que o origina. Consequentemente, anéis de guardanapo com mesma altura, mesmo que originados por esferas e cilindros distintos, têm o mesmo volume (COLAÇO, 2023).

Essa relação pode também ser observada por meio do Princípio de Cavalieri, que é uma ferramenta matemática útil no cálculo de volumes, uma vez que possibilita a interpretação de volumes entre sólidos de diferentes formatos e de mesmo volume por meio da comparação de suas áreas de seções e alturas. Segundo Machado (2021), o princípio conceitua que se dois sólidos S_1 e S_2, ambos de mesma altura, tais que qualquer plano horizontal α, e paralelo ao plano β que intercepta a base dos sólidos, secciona S_1 e S_2 formando figuras planas com áreas iguais, então os volumes dos sólidos são iguais.

Considerando que S_1 e S_2 são os anéis de guardanapo A_1 e A_2 ilustrados no aplicativo elaborado no GeoGebra (https://www.geogebra.org/m/gbp9yw9m) da Figura 2, ao alterar os raios da esfera e do cilindro que formam cada anel, e também a altura do plano que secciona esses sólidos, é possível observar a relação existente entre seus volumes. Isso porque, essas alterações mostram que as áreas das seções e o volume dos anéis de guardanapo são iguais quando possuem a mesma altura, características que estão associadas as condições propostas pelo Princípio de Cavalieri. Além disso, coloca-se em discussão a possibilidade de ter anéis de guardanapo distintos de mesmo volume, de modo que a simulação de anéis de mesma altura não se restrinja apenas a anéis formados por esferas e por cilindros de raios iguais.

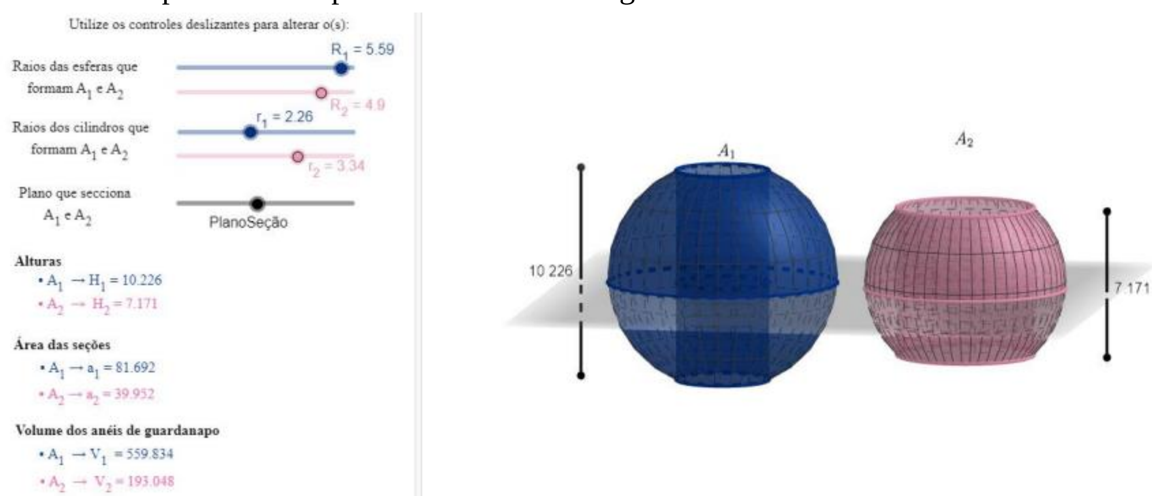

Figura 2. *Aplicativo do anel de guardanapo no GeoGebra*

Portanto, o aplicativo permite compreender de que forma é obtido um anel de guardanapo e identificar as condições para a comparação dos volumes desse sólido de diferentes tamanhos por meio do Princípio de Cavalieri. É válido mencionar que o presente estudo sobre o anel de guardanapo está vinculado a uma proposta de atividade referente a última etapa do roteiro da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, apresentada de forma integral no trabalho de Colaço (2023), que propõe o uso do aplicativo dinâmico no GeoGebra (Figura 2) e do material concreto (Figura 1), produzido por impressão 3D, para o estudo dos anéis.

Palavras-chave: Geometria espacial. GeoGebra. Material Concreto.

Referências

COLAÇO, Amanda Zanelato. O Princípio de Cavalieri por meio da Resolução de Problemas: sequências de atividades para o estudo de volumes. 2023. 158 páginas. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2023.

DEVLIN, Keith. The Napkin Ring Problem. Mathematical Association os America. Disponível em: https://www.maa.org/external_archive/devlin/devlin_04_08.html. Acesso em: 07 jul. 2023

MACHADO, Luiza Lucia Mendes da Costa. **O Princípio de Cavalieri e suas aplicações**: áreas e volumes. 2021. 94 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal Espírito Santo, Vitória, 2021. Disponível em: https://sappg.ufes.br/tese_drupal/tese_15388_Disserta%E7%E3o_Luiza_Lucia_%28Re visada%29.pdf. Acesso em: 26 jan. 2023.

Apoio: CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico; fapesc Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina