

## Obtenção de modelos matemáticos das características elétricas de descargas elétricas a partir de dados experimentais

Marcelo Francisco Krol, Matheus Henrique Lemos de Oliveira, Julio César Sagás

### INTRODUÇÃO

A obtenção de modelos matemáticos para descrever a dinâmica de fenômenos físicos é essencial para análise dos dados e controle dos fenômenos enquanto evoluem no tempo. Para a obtenção destes modelos, diferentes algoritmos de aprendizado de máquina vêm sendo implementados, dentre os quais o *Sparse Identification of Nonlinear Dynamics* (SINDy) [1], uma ferramenta capaz de encontrar as equações governantes de um sistema dinâmico a partir de dados experimentais. Visando a compreensão da utilização desta ferramenta para o futuro estudo de jatos de plasma em pressão atmosférica, neste trabalho analisamos um circuito RLC com a ferramenta SINDy tanto a partir de dados sintéticos (obtidos a partir da solução numérica do sistema) quanto a partir de dados experimentais.

### DESENVOLVIMENTO

As equações diferenciais ordinárias (EDOs) para um circuito RLC foram deduzidas analiticamente a partir das leis de Kirchoff em função dos parâmetros que podemos medir diretamente: tensão normalizada no resistor  $V_r^*$ , tensão normalizada no capacitor  $V_c^*$  e frequência angular relativa de excitação  $\omega$ , como mostrado na equação 1.

$$\begin{aligned}\dot{V}_r^* &= \frac{R}{L \omega_0} (\sin(Z) - V_r^* - V_c^*) \\ \dot{V}_c^* &= V_r^* \frac{1}{R C \omega_0} \\ \dot{Z} &= \omega\end{aligned}\tag{1}$$

Para obter um modelo proveniente de dados sintéticos, integramos o sistema de EDOs, fixando os parâmetros em  $R = 240 \Omega$ ,  $L = 9 \mu\text{H}$ ,  $C = 1 \text{ nF}$  e  $\omega = 0,1$  (razão entre a frequência angular e a frequência de ressonância) e  $V_0 = 2,56 \text{ V}$ . Os dados experimentais foram obtidos a partir de um circuito com uma fonte de excitação senoidal nominal de 2,0 V, foram tomadas medidas de tensão no capacitor e resistor, variando a capacitância de 1 nF a 0,1  $\mu\text{F}$ , resistência, 1,5 k $\Omega$ , até 560 k $\Omega$ , e frequência, 53 Hz até 5,3 MHz, enquanto a indutância foi mantida constante em 9  $\mu\text{H}$ . Como dados de entrada para o SINDy, fornecemos as medidas de tensão normalizada no resistor ( $V_r^*$ ), tensão normalizada no capacitor ( $V_c^*$ ) e o tempo vezes a frequência relativa da fonte ( $Z$ ).

### RESULTADOS

Os modelos encontrados demonstram que o algoritmo consegue reproduzir o comportamento dos dados. O modelo dinâmico referente aos dados sintéticos (equação 2). Condiz com a equação 1, respeitando inteiramente a dinâmica e a física do fenômeno.

$$\begin{cases} \dot{V}_r^* = -9,88 V_r^* - 9,88 V_c^* + 9,88 \sin(Z) \\ \dot{V}_c^* = 0,015 V_r \\ \dot{Z} = 0,100 \end{cases}\tag{2}$$

O modelo dinâmico obtido para os dados experimentais é dado pela equação 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}_r^* = 0,009 - 0,032 V_r^* - 0,403 V_c^* - 0,014 \sin(V_r^*) \\ \quad + 0,213 \sin(V_c^*) - 0,035 \sin(Z) \\ \dot{V}_c^* = 0,003 + 0,021 V_r^* - 0,025 V_c^* + 0,002 \sin(V_r^*) - 0,025 \sin(V_c^*) \\ \quad + 0,030 \sin(Z) \\ Z = 0,100 \end{array} \right. \quad (3)$$

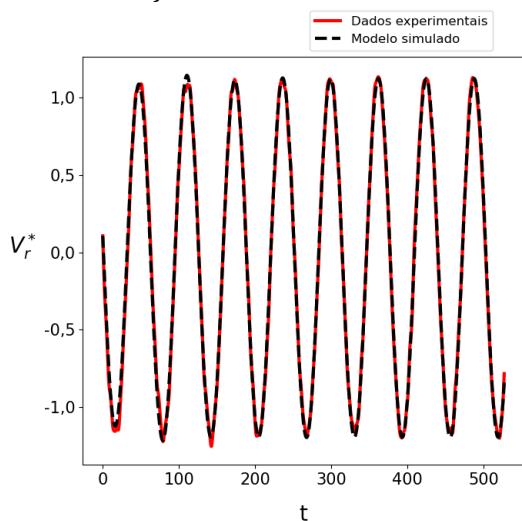
O modelo proveniente de dados experimentais, reproduz satisfatoriamente os dados experimentais do sistema, como podemos ver nas figuras 1 e 2, no entanto, há uma discrepância entre as equações encontradas e as esperadas, pois o programa adicionou termos a mais ao sistema de equações, representados pelos termos em vermelho na equação (3), que são termos que não estão presentes na dedução analítica do sistema, equação (1).

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

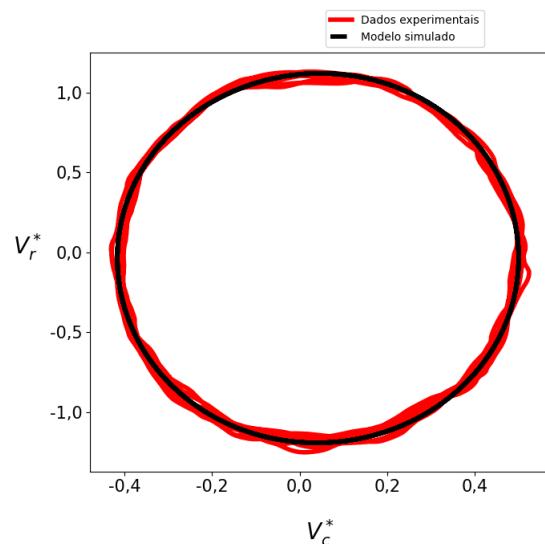
Concluímos que o algoritmo tem capacidade para reproduzir a dinâmica do circuito a partir dos dados. No entanto, ele apresenta uma divergência quando treinado com dados inteiramente experimentais, que pode estar ligado com a amplitude do sinal dos dados experimentais, nível de ruído e até mesmo, a falta de um conhecimento físico dos dados para o programa. Portanto, agora há a necessidade de compreender os motivos que levam o mesmo algoritmo a determinar com exatidão modelo proveniente apenas de dados sintéticos.

**Palavras-chave:** *machine learning; plasma; circuitos elétricos.*

### ILUSTRAÇÕES



**Figura 1.** Comparação de dados experimentais e simulados para a tensão normalizada no resistor.



**Figura 2.** Comparação de dados experimentais e simulados para a tensão normalizada no resistor em função da tensão normalizada no capacitor.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] Brunton, S. L., Proctor, J. L., & Kutz, J. N. (2016). Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems. *Proceedings of the national academy of sciences*, 113(15), 3932–3937.
- [2] Bayón Buján, B., & Merino, M. (2024). Data driven sparse modeling of oscillations in plasma space propulsion. *Machine Learning: Science and Technology*.
- [3] Thakur, B., Sen, A., & Chaubey, N. (2022). Data driven discovery of a model equation for anode glow oscillations in a low pressure plasma discharge. *Physics of Plasmas*, 29 (4): 042112

---

**DADOS CADASTRAIS**

---

**BOLSISTA:** Marcelo Francisco Krol

**MODALIDADE DE BOLSA:** PIBIC/CNPq

**VIGÊNCIA:** 09/2024 a 08/2025 – Total: 12 meses

**ORIENTADOR(A):** Julio César Sagás

**CENTRO DE ENSINO:** CCT

**DEPARTAMENTO:** Departamento de Física

**ÁREAS DE CONHECIMENTO:** Ciências Exatas e da Terra/ Física

**TÍTULO DO PROJETO DE PESQUISA:** Descargas luminescentes geradas por fontes pulsadas bipolares

**Nº PROTOCOLO DO PROJETO DE PESQUISA:** NPP3908-2022