

**OTIMIZAÇÃO TOPOLOGICA DE PÓRTICOS 3D**

Pedro Henrique Jeremias Poffo, Eduardo Lenz Cardoso

**INTRODUÇÃO**

Otimização consiste no processo de identificar, entre várias alternativas de um problema, a opção que apresenta o melhor desempenho, considerando critérios e limitações previamente estabelecidos (Brasil, 2019). Nesse contexto, a otimização topológica destaca-se como um método de otimização estrutural que busca a melhor distribuição de material em um domínio de projeto, buscando maximizar alguma medida de desempenho estrutural (Bendsøe & Sigmund, 2003). Para realizar a otimização, é necessário definir um conjunto de variáveis de projeto, um objetivo e restrições de projeto. Entre as restrições de projeto destaca-se a segurança da estrutura, avaliada por meio de critérios de falha e que dependem do cálculo da resposta estrutural, geralmente utilizando o método dos Elementos Finitos. Este projeto de pesquisa visa a melhor distribuição de material em uma estrutura mecânica descrita pelo modelo estrutural de pórtico espacial (3D). Dentre as informações necessárias para realizar a análise estrutural e, posteriormente, a otimização, destacam-se as propriedades geométricas das seções transversais de cada um dos elementos que compõem a estrutura. A grande maioria dos trabalhos da literatura considera somente seções transversais circulares, devido ao cálculo da rigidez torcional e das tensões cisalhantes devidas à torção. Este projeto de IC teve como objetivo desenvolver uma ferramenta numérica para o cálculo das propriedades geométricas de uma seção transversal genérica, por meio da solução das equações diferenciais de Airy (Francu et al., 2012), de modo a permitir a análise e otimização de pórticos espaciais com seções transversais arbitrárias.

**DESENVOLVIMENTO**

Considere um eixo de seção transversal arbitrária  $\Omega$ , submetido a um torque  $T$ . Define-se a função de tensão de Airy  $\Phi(x)$  (Francu et al., 2012) como a função escalar que satisfaz o conjunto de equações diferenciais parciais de equilíbrio da mecânica do contínuo em todos os pontos  $x \in \Omega$ . De posse dessa solução, pode-se calcular o momento polar de inércia equivalente da seção e a distribuição de tensões cisalhantes devido ao torque. A solução analítica para essa equação só é possível para geometrias simples, tais como a seção circular. Este projeto de IC tem como objetivo desenvolver uma ferramenta numérica para a solução do problema, de modo a permitir o cálculo do momento polar de inércia equivalente e das tensões cisalhantes em uma geometria arbitrária  $\Omega$ . Para isso, foram estudados o método dos resíduos ponderados, métodos de Galerkin e o método dos elementos finitos. Com isso, foi desenvolvido um código de elementos finitos para realizar a solução da Equação de equilíbrio, obtendo  $\Phi$  e as grandezas associadas, tais como os momentos de inércia da seção, orientação do sistema central principal de inércia e momentos de inércia principais. Todos essas informações são então exportadas para o programa de análise de elementos finitos utilizando pórticos 3D, desenvolvido na primeira etapa deste projeto (CodeLenz, 2025). O software livre Gmsh (Geuzaine e Remacle, 2020) é empregado para pré e pós-processamento.

**RESULTADOS**

A formulação e o código desenvolvidos neste projeto foram validados utilizando geometrias conhecidas, Fig. 1; uma seção quadrada de lado 1 cm e uma seção em "L" com 1 cm de lado e 1 mm de espessura. As soluções analíticas foram obtidas de Hibbeler (2017) com exceção do

$J_{eq}$  da seção em "L" que foi obtida após uma análise de convergência de malha. Os resultados obtidos para a seção quadrada são ilustrados nas duas primeiras linhas da Tab. 1, em que a solução numérica foi obtida com uma malha regular de 400 elementos finitos isoparamétricos de 4 nós. Observa-se que a solução obtida é praticamente idêntica à analítica, com um erro de 0.5% no cálculo do  $J_{eq}$ . Os resultados obtidos para a seção em "L" são apresentados nas duas últimas linhas da Tab. 1 em que se pode notar a rotação do sistema de referência em  $\alpha = 45^\circ$ , como esperado. Foram utilizados 1536 elementos finitos bilineares isoparamétricos de 4 nós e apresentou um erro de 1.6% no cálculo do  $J_{eq}$ .

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo de determinar os parâmetros geométricos da seção foi atingido. O cálculo do  $J_{eq}$  é obtido por meio do método dos elementos finitos, de tal forma que se deve realizar um estudo de convergência de malha para cada nova geometria estudada. Os resultados apresentados neste relatório mostram diferenças de 0.5% para o quadrado e 1.6% para a seção em "L". Esse comportamento é esperado, pois sabe-se que a função de Airy apresenta um gradiente maior no segundo caso. Os resultados reforçam a capacidade do método em determinar parâmetros geométricos e identificar os eixos principais de inércia em seções assimétricas.

**Palavras-chave:** Otimização topológica; Pórticos 3D; Método dos elementos finitos;

## ILUSTRAÇÕES

Tabela 1. Resultados das propriedades geométricas das seções estudadas.

Seção	Modelo	Sistema	$A$ [mm <sup>4</sup> ]	$J_{eq}$ [mm <sup>4</sup> ]	$I_z$ [mm <sup>4</sup> ]	$I_y$ [mm <sup>4</sup> ]	$I_{zy}$ [mm <sup>4</sup> ]	$\alpha$ [°]
□	Referência	$zy$	100.0	1408.5	833.33	833.33	0.00	0.0
□	MEF	$zy$	100.0	1400.5	833.33	833.33	0.00	0.0
L	Referência	$z'y'$	190.0	6.19	286.58	73.42	0.00	45
L	MEF	$z'y'$	190.0	6.09	286.58	73.42	0.00	45

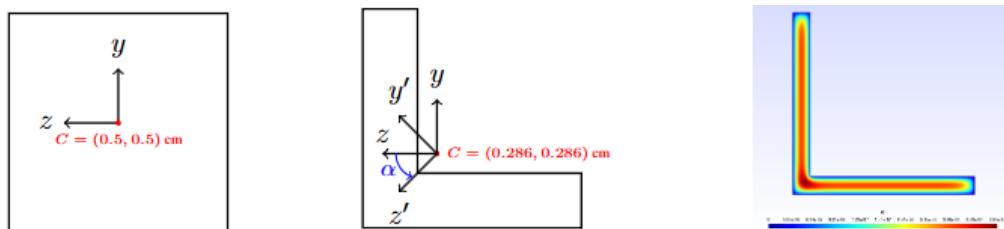


Figura 1. Seções transversais trabalhadas e distribuição da função  $\Phi$ .

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. **Topology Optimization: Theory, Methods and Applications.** New York: Springer, 2003.

BRASIL, Reyolando M. **Otimização de projetos de engenharia.** São Paulo: Editora Blucher, 2019. ISBN 9788521213567. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788521213567/>. Acesso em: 18 ago. 2025. E-book, p. 14.

CODELENZ. **Lframe.** 2025. Repositório no GitHub. Disponível em: <https://github.com/CodeLenz/LFrame.git>. Acesso em: 18 ago. 2025.

FRANCÚ, Jan; NOVÁČKOVÁ, Petra; JANÍČEK, Přemysl. Torsion of a non-circular bar. **Engineering Mechanics**, v. 19, n. 1, p. 45–60, 2012.

GEUZAINÉ, Christophe; REMACLE, Jean-François. **Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities.** 2020. Disponível em: <http://gmsh.info/>. Acesso em: 15 ago. 2025.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais.** 7. ed. São Paulo: Pearson, 2017.

---

**DADOS CADASTRAIS**

---

**BOLSISTA:** Pedro Henrique Jeremias Poffo.

**MODALIDADE DE BOLSA:** PIBIC/CNPq (IC)

**VIGÊNCIA:** 03/2025 a 08/2025 – Total: 06 meses

**ORIENTADOR(A):** Eduardo Lenz Cardoso

**CENTRO DE ENSINO:** CCT

**DEPARTAMENTO:** Departamento de Engenharia Mecânica

**ÁREAS DE CONHECIMENTO:** Engenharias / Engenharia Mecânica / Mecânica dos Sólidos

**TÍTULO DO PROJETO DE PESQUISA:** Otimização Topológica de Pórticos 3D

**Nº PROTOCOLO DO PROJETO DE PESQUISA:** NPP2665-2023 - Otimização Topológica de meios contínuos