ESTUDOS DE SISTEMAS DINÂMICOS DESCRITOS POR MODELOS DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS COM ATRASO TEMPORAL NÃO LINEARES ACOPLADAS

Gabriel Bertram Corrêa, Holokx Abreu Albuquerque

INTRODUÇÃO

O presente trabalho envolveu o desenvolvimento de uma ferramenta de integração de equações diferenciais com atraso temporal, baseada em resultados já presentes na literatura e validada por meio de resultados já publicados, que pode ser utilizada, por exemplo, para o estudo de sistemas de equações que descrevem comportamentos biológicos. Isso também foi feito como forma de estudar as características da classe de equações, incluindo as similaridades com equações diferenciais ordinárias, que serviram de orientação para o desenvolvimento do código computacional, bem como suas peculiaridades, que exigem tratamentos numéricos específicos. Dessa forma, o código e os conhecimentos aqui construídos poderão servir de base para trabalhos futuros.

DESENVOLVIMENTO

O código em questão foi desenvolvido em Fortran e é inspirado no programa dde23, disponível para MATLAB [1]. De fato, ambos são baseados no método Runge-Kutta de integração numérica para equações diferenciais ordinárias, com uma adaptação fundamental que salva as condições passadas do sistema e as resgata conforme necessário para o cálculo dos termos que envolvem atrasos temporais.

Entretanto, conhecer em primeira mão o funcionamento do código e ter acesso irrestrito à edição são, por si sós, características vantajosas que justificam o desenvolvimento dessa ferramenta. Isso permite realizar modificações que expandem a classe de problemas que podem ser resolvidos, como a resolução de equações com atraso temporal variável, o que não está no escopo do dde23.

Além disso, a pesquisa envolveu o estudo da viabilidade de desenvolver outras ferramentas para o estudo de equações diferenciais com atraso temporal. Por exemplo, o cálculo dos expoentes de Lyapunov, utilizados como indicadores de soluções caóticas, foi verificado como aplicável a essa classe de problemas. Porém, a criação de espaços de parâmetros e a aplicação desse método em larga escala envolvem um tempo de computação que pode ser proibitivo. Formas de contornar essa dificuldade continuam a ser estudadas.

RESULTADOS

A funcionalidade do programa desenvolvido pode ser facilmente observada pela comparação entre as figuras 1 e 2. A figura 1 foi retirada da literatura e representa um atrator caótico gerado a partir de uma equação diferencial com atraso temporal duplo [2]. Já a figura 2 foi criada com o programa desenvolvido, como uma tentativa de replicar o mesmo atrator, e apresenta grande fidelidade à referência. Testes similares foram realizados em diversos outros sistemas, e os resultados obtidos atenderam à precisão desejada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O código desenvolvido para a integração de equações diferenciais com atraso temporal atingiu os objetivos de pesquisa, pois se constitui em uma ferramenta útil para o estudo dessa classe de equações e concorda com os resultados já presentes na literatura. Além disso, sua criação contribuiu para o desenvolvimento de noções aprofundadas sobre métodos numéricos e as especificidades do objeto de pesquisa, o que poderá ser valioso em trabalhos futuros. Inclusive, a semente para um desses trabalhos já foi plantada, por meio da identificação do possível objeto de pesquisa que é a criação de um

programa que calcule os expoentes de Lyapunov para esse tipo de equação e seja capaz de criar planos de parâmetros em um tempo hábil razoável.

Palavras-chave: dinâmica não-linear; equações diferenciais; atraso temporal.

ANEXOS

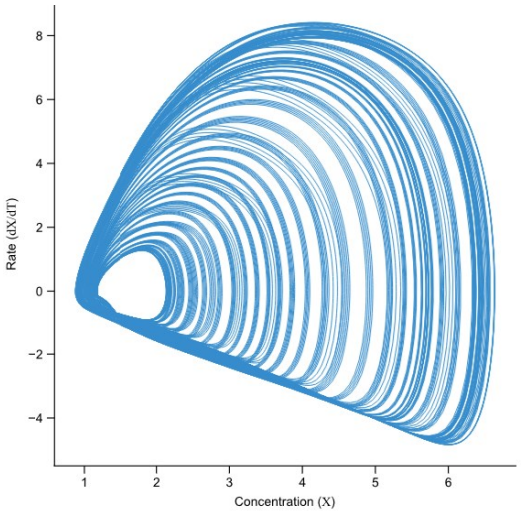


Figura 1. *Atrator de referência*

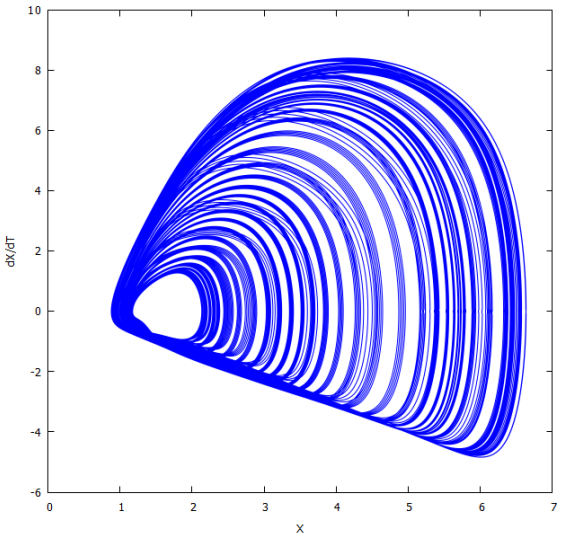


Figura 2. *Atrator replicado*

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] SHAMPINE, Lawrence F.; THOMPSON, Skip. Solving ddes in matlab. **Applied Numerical Mathematics**, v. 37, n. 4, p. 441-458, 2001.

[2] GLASS, David S.; JIN, Xiaofan; RIEDEL-KRUSE, Ingmar H. Nonlinear delay differential equations and their application to modeling biological network motifs. **Nature communications**, v. 12, n. 1, p. 1788, 2021.