INFLUÊNCIA DO ACOPLAMENTO HIDRODINÂMICO NA ACELERAÇÃO DE FERMI: UMA ABORDAGEM COM BAILOUT EMBEDDING

Lucas Ramos, Dr. César Manchein

INTRODUÇÃO

A aceleração de Fermi (FA) é um fenômeno associado ao crescimento ilimitado da energia de partículas submetidas a colisões sucessivas com estruturas móveis, tendo sido originalmente proposta por Enrico Fermi como um possível mecanismo para explicar a origem das altas energias dos raios cósmicos (LIVORATI et al., 2012). Um modelo prototípico para o estudo desse fenômeno é o *bouncer model*, no qual uma partícula clássica se movimenta verticalmente sob a ação de um campo gravitacional constante e colide com uma parede pesada que oscila periodicamente. A interação da partícula com a parede pode produzir um aumento progressivo de sua velocidade e, consequentemente, caracterizar o regime de aceleração de Fermi. A dinâmica do modelo pode ser descrita por um mapeamento bidimensional não linear para a velocidade da partícula e a fase da parede no instante das colisões. A variação do parâmetro de controle modifica a estrutura do espaço de fases, permitindo a coexistência de regiões regulares, ilhas periódicas e regiões caóticas. Para valores suficientemente elevados do parâmetro, as curvas invariantes são destruídas e o mar caótico se espalha pelo espaço de fases, possibilitando a difusão da velocidade e o crescimento ilimitado da energia. Diante disso, nossa pesquisa teve como proposta introduzir um acoplamento hidrodinâmico por meio do *bailout embedding*, considerando a dissipação de energia e estendendo o mapa de fase bidimensional para um mapa quadridimensional, conforme a abordagem empregada por Oliveira (2025).

DESENVOLVIMENTO

Inicialmente, foram deduzidas as equações do mapa de fase a partir da descrição do sistema físico de uma partícula em colisão com uma parede móvel, utilizando a mecânica newtoniana. A partir do mapa obtido, foram reproduzidos os resultados apresentados no artigo de referência (LIVORATI et al., 2012), incluindo os mapas de fase, a probabilidade de sobrevivência e as taxas de escape do sistema, com o objetivo de analisar a influência do efeito de *stickiness* sobre a aceleração de Fermi. A partir desses resultados, foram desenvolvidos algoritmos para determinar a taxa de visitação da partícula em diferentes regiões do mapa de fase, permitindo identificar regiões associadas ao efeito de *stickiness*, nas quais as partículas permanecem temporariamente próximas às fronteiras de regiões periódicas. Posteriormente, foi introduzido o acoplamento hidrodinâmico por meio do método *bailout embedding*. Com a inclusão da dissipação de energia (OLIVEIRA, 2025), o mapa de fase bidimensional foi estendido para um mapa quadridimensional, sendo realizadas simulações para diferentes valores dos parâmetros hidrodinâmicos, a fim de analisar as modificações na estrutura e na evolução do espaço de fases.

RESULTADOS

Dessa forma, o espaço de fases foi discretizado em uma grade de 500 por 500 células, e foi contabilizado o número de recorrências de visitação de cada região durante a evolução das diferentes condições iniciais. Os resultados foram representados em escala logarítmica (Figura 1), permitindo visualizar uma maior concentração de recorrências no entorno das ilhas de periodicidade,

evidenciando a presença do efeito de *stickiness* previsto para o sistema. Posteriormente, foram produzidos os mapas de fase do *bouncer model* com a introdução do acoplamento hidrodinâmico por meio do método *bailout embedding*. A inclusão desse acoplamento amplia a dinâmica do sistema, resultando em um mapa de fase quadridimensional.

$$\phi_{n+1} = \phi_n + 2V_n + \delta\phi_n \; mod\,(2\pi)$$
$$V_{n+1} = |V_n - 2\epsilon\, sen(\phi_{n+1})|$$
$$\delta\phi_{n+1} = e_{-\gamma}[\alpha\phi_{n+1} - (\phi_{n+1} - \delta\phi_{n+1})] \; mod\,(2\pi)$$
$$\delta V_{n+1} = e^{-\gamma}[\alpha V_{n+1} - (V_{n+1} - \delta V_{n+1})]$$

Para analisar a influência da dissipação sobre a dinâmica, foi fixado o coeficiente □=1.2, relacionado à razão entre as densidades da partícula e do fluido, enquanto o coeficiente □, associado à dissipação do sistema (OLIVEIRA, 2025), foi variado. Os mapas de fase obtidos para diferentes valores de □ (Figura 2), permitindo observar a evolução da estrutura do espaço de fases em função do grau de dissipação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos permitiram reproduzir os principais comportamentos do *bouncer model* e desenvolver uma metodologia para analisar as recorrências no espaço de fases, possibilitando a identificação das regiões associadas ao efeito de *stickiness*. A introdução do acoplamento hidrodinâmico por meio do *bailout embedding* também permitiu investigar as modificações na dinâmica do sistema em função dos parâmetros associados à dissipação. Entretanto, a continuidade da análise apresentou limitações relacionadas à não continuidade da primeira derivada do mapa, o que impossibilitou a obtenção de uma determinante da matriz Jacobiana compatível com o resultado teoricamente esperado. Dessa forma, a caracterização completa dos efeitos do acoplamento hidrodinâmico sobre a aceleração de Fermi permanece como uma perspectiva para a continuidade do trabalho.

Palavras-chave: bouncer model; bailout embedding; mapa de fase; acoplamento hidrodinâmico.

ANEXOS

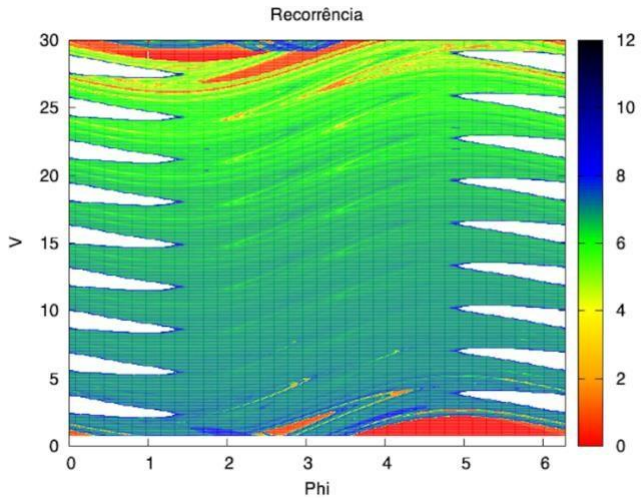


Figura 1. *Gráfico em escala logarítmica da recorrência de visitas*

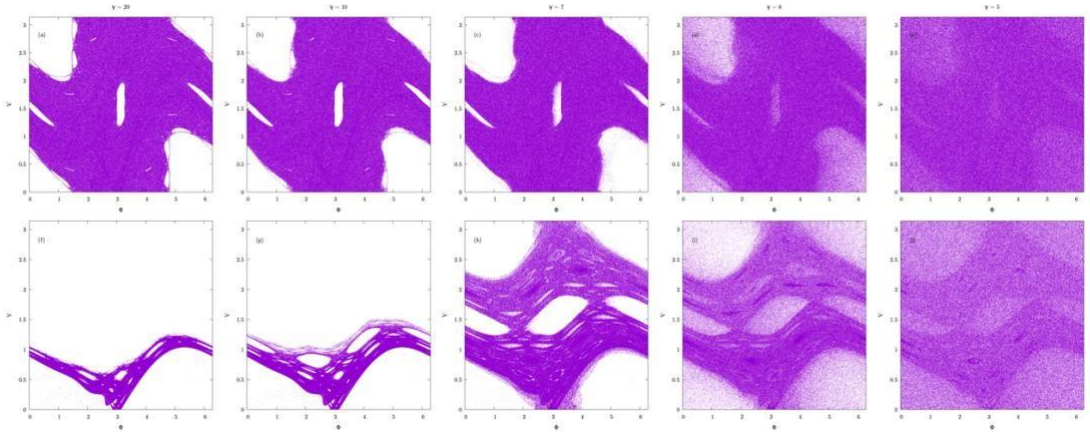


Figura 2. *Mapa de fase do bouncer model com o bailout embedding com a progressão do efeito dissipativo no regime aerossol*

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LIVORATI, A. L. P.; KROETZ, T.; DETTMANN, C. P.; CALDAS, I. L.; LEONEL, E. D. Stickiness in a bouncer model: A slowing mechanism for Fermi acceleration. *Physical Review E*, v. 86, n. 3, 036203, 2012.

OLIVEIRA, T. M. de. *Estudo da dinâmica e aplicações de catracas*. 2025. Tese (Doutorado em Física) — Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2025.