OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE PÓRTICOS ESPACIAIS

Pedro Henrique Jeremias Poffo, Eduardo Lenz Cardoso.

INTRODUÇÃO

Estruturas do tipo pórtico espacial são empregadas em diversas aplicações de engenharia e estão sujeitas simultaneamente a esforços axiais, flexão em múltiplos planos e torção. Nessas estruturas, a distribuição de massa e rigidez influencia diretamente as frequências naturais e os modos de vibração, tornando a análise dinâmica relevante para o desempenho estrutural (HUGHES, 1987; INMAN, 2008). Nesse contexto, a otimização estrutural permite modificar sistematicamente a distribuição de material para obter configurações mais eficientes sob determinadas restrições (CHRISTENSEN; KLARBRING, 2008).

O presente trabalho teve como objetivo desenvolver um procedimento de otimização topológica para pórticos espaciais, visando maximizar a frequência natural crítica da estrutura sob restrições de volume e tensão. A otimização topológica busca determinar a distribuição de material em um domínio estrutural, permitindo a redistribuição de material ao longo do processo iterativo (BENDSØE; SIGMUND, 2003; ROZVANY, 2009).

DESENVOLVIMENTO

A formulação estrutural foi baseada no Método dos Elementos Finitos, utilizando elementos de pórtico tridimensionais com matrizes de rigidez e massa definidas no sistema local e posteriormente transformadas para o sistema global. As propriedades geométricas das seções transversais foram obtidas por meio de uma formulação baseada na teoria da elasticidade bidimensional, incluindo a determinação da constante torsional equivalente por meio da função de Airy. A utilização dessa formulação permite representar os efeitos associados à geometria não simétrica da seção e sua influência sobre a rigidez estrutural.

O problema de otimização foi formulado considerando como função objetivo a maximização da menor frequência natural da estrutura, com restrições de volume e de tensão equivalente de von Mises. As variáveis de projeto foram definidas por meio do método SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization), que associa uma densidade relativa a cada elemento e utiliza uma lei de penalização para favorecer configurações constituídas por regiões sólidas e vazias (BENDSØE; SIGMUND, 2003; MARTÍNEZ, 2004). Para a análise dinâmica, a parametrização da massa foi considerada de forma consistente com a distribuição de material, permitindo representar a influência das variáveis de projeto sobre as frequências naturais (DIAZ; KIKUCHI, 1992).

A solução do problema não linear foi conduzida por Programação Linear Sequencial, na qual o problema original é aproximado por uma sequência de subproblemas lineares. As sensibilidades da função objetivo e das restrições foram determinadas analiticamente e validadas por diferenças finitas, enquanto a atualização das variáveis de projeto foi realizada de forma iterativa até a satisfação dos critérios de convergência (PUCCINI, 1972; NOCEDAL; WRIGHT, 2006). A implementação computacional foi desenvolvida em linguagem Julia, contemplando rotinas para análise estrutural, análise modal, cálculo das tensões e atualização das variáveis de projeto.

RESULTADOS

Neste estudo, o procedimento desenvolvido foi aplicado à análise de um pórtico bidimensional constituído por dois elementos com seção transversal circular. A estrutura foi submetida simultaneamente a um carregamento estático, com força concentrada de 240 kN, e a uma excitação dinâmica representada por uma massa concentrada de 50 kg. As restrições estabelecidas para o

problema incluíram um fator de segurança mínimo de 2,0 e um limite de volume correspondente a 50% do volume inicial (Figura 1).

A aplicação do procedimento de otimização a este pórtico com seção transversal circular permitiu avaliar a redistribuição de material em função das respostas estática e dinâmica da estrutura. A otimização promoveu a concentração de material nas regiões com maior contribuição para a rigidez estrutural, resultando em uma mudança topológica na qual a solução ótima culminou na manutenção de um elemento e na completa remoção do outro. Observou-se também que a solução demonstrou ser pouco sensível à escolha da densidade relativa inicial, visto que simulações iniciadas com distribuições uniformes de 0,1, 0,5 e 0,9 convergiram para a mesma configuração estrutural final (Figura 2).

Com isso, a evolução da função objetivo apresentou aumento contínuo das frequências naturais durante o processo de otimização, indicando ganho de rigidez dinâmica decorrente da redistribuição de material. Simultaneamente, o volume estrutural foi reduzido de acordo com a restrição de 50% estabelecida (Figura 2). A tensão equivalente de von Mises foi monitorada ao longo das iterações, verificando-se que as restrições de tensão permaneceram inativas no ponto de ótimo para este problema específico (Figura 2). A topologia final foi, portanto, determinada a partir da estabilização das variáveis de projeto e do atendimento estrito aos critérios de convergência.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados do problema de dois elementos demonstram que o procedimento desenvolvido é capaz de otimizar pórticos espaciais de forma robusta e consistente, lidando adequadamente com critérios dinâmicos e estáticos simultâneos. A utilização do método SIMP associada à Programação Linear Sequencial possibilitou a busca por uma configuração estrutural com maior desempenho dinâmico, identificando com sucesso o caminho de transmissão de carga mais eficiente por meio da exclusão de membros menos solicitados.

Ficou evidenciado que, para problemas com simetria e solução ótima única, a formulação apresenta estabilidade independentemente da distribuição inicial de material. Conclui-se que o método desenvolvido atende ao propósito de maximizar a frequência natural crítica, validando a integração entre a análise de elementos finitos e o algoritmo de otimização topológica implementado.

Palavras-chave: otimização topológica; pórticos espaciais; respostas modais; método SIMP; elementos finitos.

ANEXOS

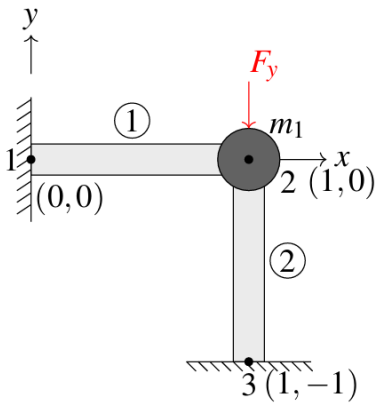


Figura 1: *Formulação do Problema.*

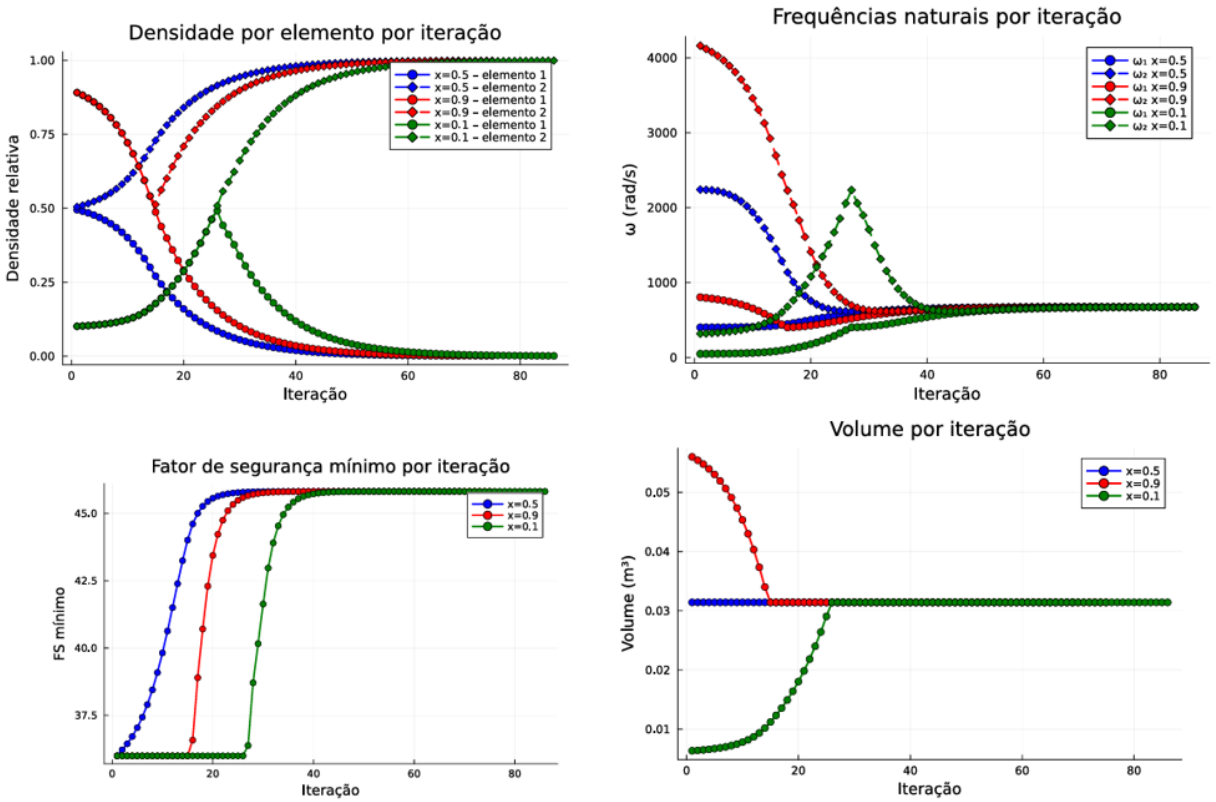


Figura 2: *Resultados da estrutura ao longo das iterações.*

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BENDSØE, Martin Philip; SIGMUND, Ole. *Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2003.

CHRISTENSEN, Peter W.; KLARBRING, Anders. *An Introduction to Structural Optimization*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008.

DIAZ, Alejandro R.; KIKUCHI, Noboru. Solutions to shape and topology eigenvalue optimization problems using a homogenization method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 35, n. 7, p. 1487–1502, 1992.

HUGHES, Thomas J. R. *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1987.

INMAN, Daniel J. *Engineering Vibration*. 3rd. ed. New Jersey: Pearson, 2008.

LOGAN, Daryl L. *A First Course in the Finite Element Method*. 4. ed. Toronto: Thomson, 2007.

MARTÍNEZ, José Mario. On the theoretical convergence properties of the SIMP method. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2004.

NOCEDAL, Jorge; WRIGHT, Stephen J. *Numerical Optimization*. 2. ed. New York: Springer, 2006.

PUCCINI, Abelardo de Lima. *Introdução à Programação Linear*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1972.

RAO, Singiresu S. *The Finite Element Method in Engineering*. 6. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2018.

ROZVANY, George I. N. A critical review of established methods of structural topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 37, n. 3, p. 217–237, 2009.