INFLUÊNCIA DE DIFERENTES FUNÇÕES NÃO LINEARES NA DINÂMICA CAÓTICA DE SISTEMAS COM MEMRISTORES

Yuri Keller, Helena Furtado Berger, César Manchein

INTRODUÇÃO

O comportamento dinâmico de circuitos do tipo Chua [1] é fortemente influenciado pela função não linear que governa sua evolução. Pequenas mudanças alteram a organização do espaço de fases, levando a diferentes topologias de atratores, multestabilidade e transições entre dinâmicas periódicas e caóticas. Neste trabalho, comparamos se a função adaptada preserva a dinâmica apresentada pela original.

DESENVOLVIMENTO

A análise foi realizada por meio de simulações numéricas, considerando duas diferentes funções não lineares aplicadas ao circuito de Chua. Para caracterizar os diferentes regimes dinâmicos, foram utilizados espectros dos expoentes de Lyapunov, diagramas de bifurcação, retratos de fase, espectros de potência. Esses métodos permitem investigar o comportamento do sistema para diferentes condições iniciais e identificar regimes periódicos e caóticos, estruturas periódicas estáveis e a coexistência de diferentes atratores.

RESULTADOS

Iniciamos definindo o circuito de Chua por um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDOs) de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \alpha\big(y - f(x)\big), & (1a) \\ \dfrac{dy}{dt} = x - y + z, & (1b) \\ \dfrac{dz}{dt} = -\beta y. & (1c) \end{cases}$$

Vamos analisar dois casos, primeiro a função do artigo de referência [1], em que $f(x)=h(x)$ e também a função adaptada $f(x)=g(x)$, sendo:

$$h(x) = 0{,}472 - x \cdot |x| + 0{,}47x^3, \quad (2)$$

$$g(x) = 0{,}472x - x^2 \cdot \tanh(mx) + 0{,}47x^3. \quad (3)$$

Introduzimos o parâmetro de controle de m, que multiplica o argumento da função tangente hiperbólica proposta, de tal forma que, para $m = 50$, as duas funções apresentam comportamentos semelhantes. Além disso, estudamos também como diferentes valores de m podem alterar a dinâmica do sistema.

Sendo assim, analisamos os resultados obtidos a partir das funções e foi observado que os maiores expoentes de Lyapunov apresentam correspondência entre as duas formulações, conforme evidenciado pelas figuras anexadas, com a preservação das principais regiões de comportamento periódico e caótico no espaço de parâmetros. Identificamos, também, sequências de estruturas periódicas estáveis nas diferentes funções. Essa correspondência é observada tanto em uma análise mais ampla do espaço de parâmetros, quanto em recortes específicos dessas regiões.

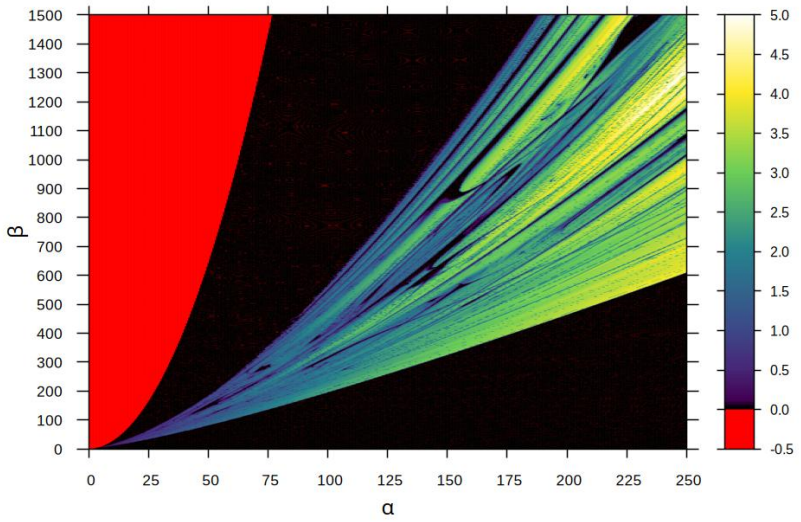


Figura 1. Maior expoente de Lyapunov do sistema 1 utilizando h(x) como f(x), em vermelho estão os atratores de ponto de equilíbrio, em preto os atratores periódicos e de roxo até branco está representada a dinâmica caótica.

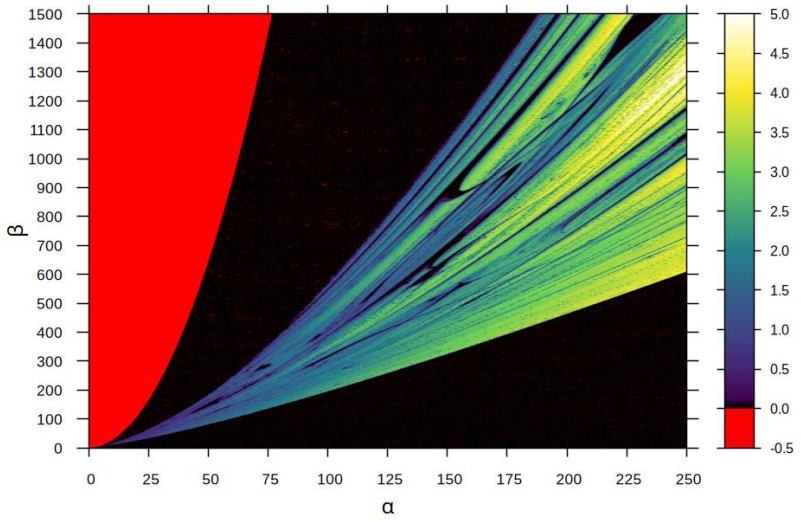


Figura 2. Maior expoente de Lyapunov do sistema 1 utilizando g(x) como f(x), em vermelho estão os atratores de ponto de equilíbrio, em preto os atratores periódicos e de roxo até branco está representada a dinâmica caótica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados indicam que a função não linear *g(x)* apresenta uma dinâmica significativamente semelhante à obtida com a função *h(x)*. Ambas as funções dentro do circuito geram atratores de múltiplos rolos, possibilitando o emprego desse tipo de circuito na configuração de Memristores, que podem ser utilizados na criptografia de dados. Dessa forma, a nova função proposta apresenta-se como uma alternativa capaz de reproduzir padrões dinâmicos semelhantes aos da função original, contribuindo para a compreensão da influência da forma da não linearidade sobre o comportamento caótico de circuitos do tipo Chua.

Palavras-chave: Circuito de Chua; Caos; Expoente de Lyapunov.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] DING, Pengfei; ZHANG, Juan; ZHU, Jingge. Improved Chua's chaotic system with a novel memristor: generating multi-scroll hidden attractors and applications in image encryption. **Physica Scripta**, v. 99, 105253, 2024. DOI: 10.1088/1402-4896/ad76e3.

[2] FIEDLER-FERRARA, Nelson; PRADO, Carmen P. Cintra do. **Caos: uma introdução**. São Paulo: Edgard Blücher, 1994.

[3] CHUA, Leon O. Memristor-The Missing Circuit Element. **IEEE Transactions on Circuit Theory**, v. 18, n. 5, p. 507-519, set. 1971