

UNIVERSALIDADES DE SISTEMAS HAMILTONIANOS

Tulio Meneghelli de Oliveira¹, César Manchein²

¹ Acadêmico(a) do Curso de Licenciatura em Física – CCT – bolsista PIBIC/CNPq

² Orientador, Departamento de Física – CCT – cmanchein@udesc.br

Palavras-chave: Mapa Padrão. Recorrência de Poincaré. Estatística dos Tempos de Recorrência.

Durante este projeto de iniciação científica investigamos a dinâmica de dois sistemas compostos por mapas padrão (que descrevem, cada um, uma partícula sujeita a aplicação de uma força periódica), um deles constituído por dois mapas e outro por três. O acoplamento entre os mapas destas redes é dado de forma que cada um dos seus constituintes interage somente com seu(s) primeiro(s) vizinho(s). O sistema de equações que descreve os mapas tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} p_{t+1}^{(i)} &= p_t^{(i)} + K \cdot \sin(2\pi \cdot x_t^{(i)}) + \beta \cdot f(x_t) \\ x_{t+1}^{(i)} &= x_t^{(i)} + p_{t+1}^{(i)} \mod 2\pi, \end{aligned}$$

em que $f(x_t)$ é dada por:

$$f(x_t) = \sin[2\pi(x_t^{(i+1)} - x_t^{(i)})] + \sin[2\pi(x_t^{(i-1)} - x_t^{(i)})] .$$

Neste sistema de equações, ‘ x ’ representa a posição da partícula, ‘ p ’ o momento conjugado, ‘ K ’ a “força” do quique e β a amplitude do acoplamento.

Para o estudo da dinâmica dos sistemas, utilizamos a estatística dos tempos de recorrência, que foi obtida numericamente através da contagem do número de iterações τ em que uma trajetória se encontra fora do domínio inicial predefinido e delimitado pela caixa de recorrência (área do espaço de fases onde são escolhidas, aleatoriamente, as condições iniciais e que possui comportamento exclusivamente caótico). O tempo de recorrência é uma ferramenta utilizada para extrair informações a respeito do comportamento do sistema, como o quanto este é caótico ou regular, se há o efeito de aprisionamento da trajetória da partícula e o quanto estes fenômenos são presentes no sistema. Inicialmente avaliamos a distribuição de probabilidade acumulada das recorrências para o mapa padrão sem o acoplamento, para os valores de $K=0,41$, $K=0,42$ e $K=0,43$. Posteriormente, consideramos o acoplamento e analisamos a distribuição de probabilidade acumulada referente ao primeiro mapa (mapa localizado como número um, dos dois sistemas, com dois e três mapas respectivamente), para valores de $\beta=0,0001$, $\beta=0,001$ e

$\beta=0,01$, a fim de identificar semelhanças e diferenças em relação ao caso “clássico” (sem o acoplamento). A distribuição de probabilidade acumulada nos indica a probabilidade de existir ou não a recorrência para determinado tempo τ de iteração, para um valor máximo estipulado para o tempo de recorrência de 10^{13} iterações. Dependendo das características do espaço de fases do sistema, as cadeias de ilhas de regularidade influenciam significativamente o comportamento da partícula, podendo existir o aprisionamento de suas trajetórias nestas ilhas ou nos seus arredores, fazendo com que o tempo de recorrência para determinadas condições iniciais seja extremamente grande, além da capacidade de processamento dos computadores atuais e/ou de tempo hábil.

Os resultados obtidos nos mostraram que, para os sistemas em estudo (dois e três mapas acoplados), a distribuição de probabilidade dos tempos de recorrência de ambos são muito próximas, indicando um comportamento que independe do número de mapas que constituem o sistema (para o caso de dois e três mapas).

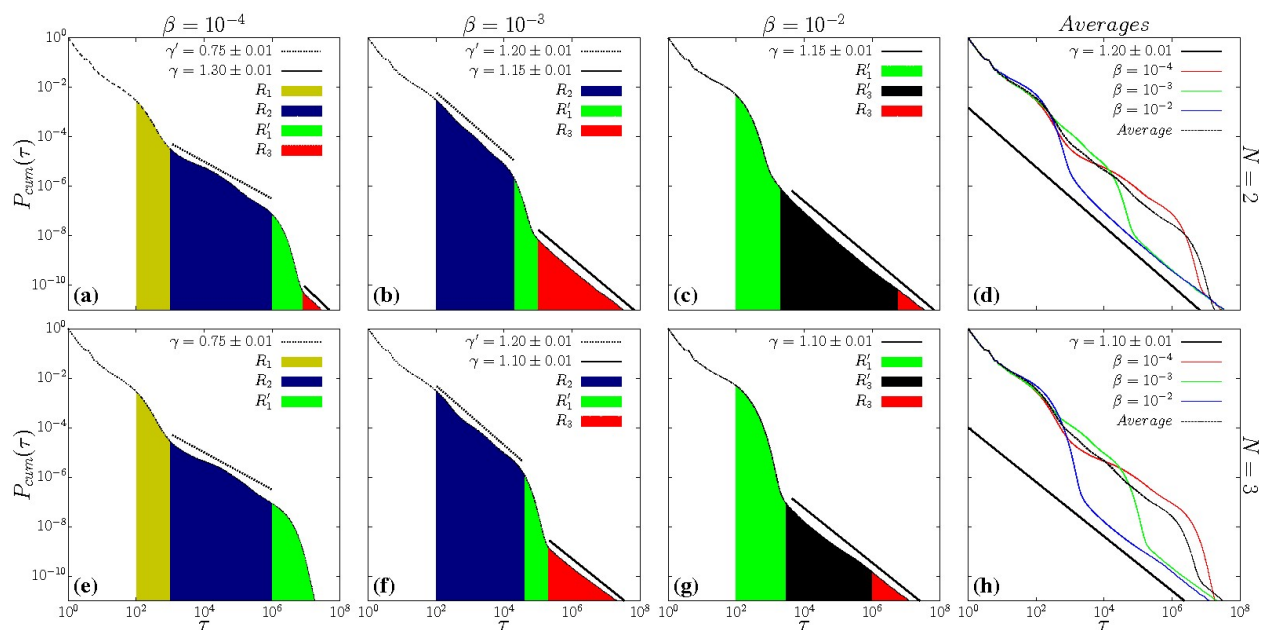


Figura 1: Distribuição de probabilidades dos tempos de recorrência.

Na Figura 1 podemos observar a influência da interação entre as partículas e sua magnitude, quanto maior o valor de β , mais cedo o sistema atinge o estado assintótico, por conta da diminuição do regime regular do espaço de fases causada pelo acoplamento entre os mapas que compõem o sistema.

Comparamos estes resultados obtidos com os resultados do trabalho de iniciação científica do período anterior (onde utilizamos a teoria dos grandes desvios), a fim de demonstrar a compatibilidade entre os métodos e também a validade da afirmação de que existe, de fato, um comportamento universal que rege ambos os sistemas.