

## DELIMITAÇÃO DE REGIÕES HIPERCAÓTICAS EM PLANOS DE PARÂMETROS DE UM SISTEMA DINÂMICO DE QUATRO DIMENSÕES

Juliane Cavalheiro Ramos<sup>1</sup>, Paulo Cesar Rech<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Acadêmico(a) do Curso de Licenciatura em Física- CCT - bolsista PIBIC/CNPq.

<sup>2</sup> Orientador, Departamento de Física - CCT— paulo.rech@udesc.br.

Palavras-chave: *Hipercaos, caos, espectros dos expoentes de Lyapunov.*

O objetivo da pesquisa consiste na investigação numérica de planos de parâmetros de um sistema dinâmico constituído de quatro equações diferenciais ordinárias não lineares autônomas de primeira ordem. Foram construídos dez diagramas de parâmetros, computados numericamente, para um sistema de cinco parâmetros, onde o comportamento dinâmico foi caracterizado usando espectros de expoentes de Lyapunov. Cada diagrama de parâmetros indica valores de parâmetros para os quais podem ser encontrados hipercaos, caos, quasiperiodicidade e periodicidade, isto é, cada um destes diagramas mostra regiões delimitadas para cada um destes comportamentos dinâmicos.

A investigação foi motivada por resultados relatados recentemente por Lin e Yan [22], onde o sistema dinâmico estudado é dado por

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(x - y) - yz + w, \\ \dot{y} &= -by + xz, \\ \dot{z} &= -cz + dx + xy, \\ \dot{w} &= -e(x + y),\end{aligned}\quad (1)$$

sendo um sistema hipercaótico quadridimensional onde  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $w$  são as variáveis dinâmicas e os parâmetros  $a = 2,45$ ,  $b = 9$ ,  $c = 5$ ,  $d = 0,06$  e  $e = 1,4$  são os valores usados na referência. [22], que garantem um comportamento hipercaótico para o sistema.

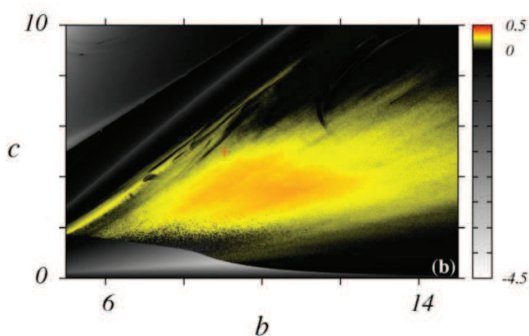
A metodologia utilizada na pesquisa consistiu no uso de simulações numéricas, através de programas escritos nas linguagens C e Fortran, feitas no laboratório de dinâmica não linear no Centro de Ciências Tecnológicas. Após obter os resultados das simulações, foram geradas as figuras para obter informações sobre o comportamento do sistema.

Aqui apresentamos detalhes do plano de parâmetros  $(b, c)$  para o sistema (1), com os respectivos diagramas sendo mostrados na Fig. 1. As variações foram  $5 \leq b \leq 15$  e  $0 \leq c \leq 10$ , com os três outros parâmetros fixados em  $a = 2,45$ ,  $d = 0,06$  e  $e = 1,4$ . Na Fig. 1, cor é associada à magnitude do maior expoente de Lyapunov (MEL), enquanto na Fig. 2 a associação de cores é feita com a magnitude do segundo MEL, como mostrado na escala de cores da coluna à direita em cada um

dos diagramas. Temos que, um MEL negativo indica um ponto de equilíbrio, um MEL nulo indica um atrator periódico ou quasiperiódico, e um atrator caótico tem um MEL positivo. Com o espaço de parâmetros foi possível analisar o comportamento do sistema e verificar que os diagramas da Figs. 1 e 2 mostram uma grande região de comportamento hipercaótico, observando que este comportamento está mais pronunciado na região central, onde o vermelho está presente em ambos os diagramas.

Além disso, foram efetuados diagramas de bifurcação para analisar o comportamento do sistema e conseguir encontrar valores para os períodos. As retas escolhidas então destacadas em vermelho na Fig 1, onde os períodos encontrados nas regiões escolhidas são 1, 7, 3, 3 e 4, 3, 3. Os diagramas de bifurcação e as demais figuras serão expostas durante a apresentação do Seminário de Iniciação Científica, bem como as análises pertinentes ao artigo.

**Fig. 1** Espaço de parâmetros  $(b, c)$  considerando o maior expoente de Lyapunov.



**Fig. 2** Espaço de parâmetros  $(b, c)$  considerando o segundo maior expoente de Lyapunov.

## Referências

- [22] X. Li and Z.Y. Yan, Hopf Bifurcation in a New Four-Dimensional Hyperchaotic System, Communications Theoretical Physics. 64, (2015) , 197.